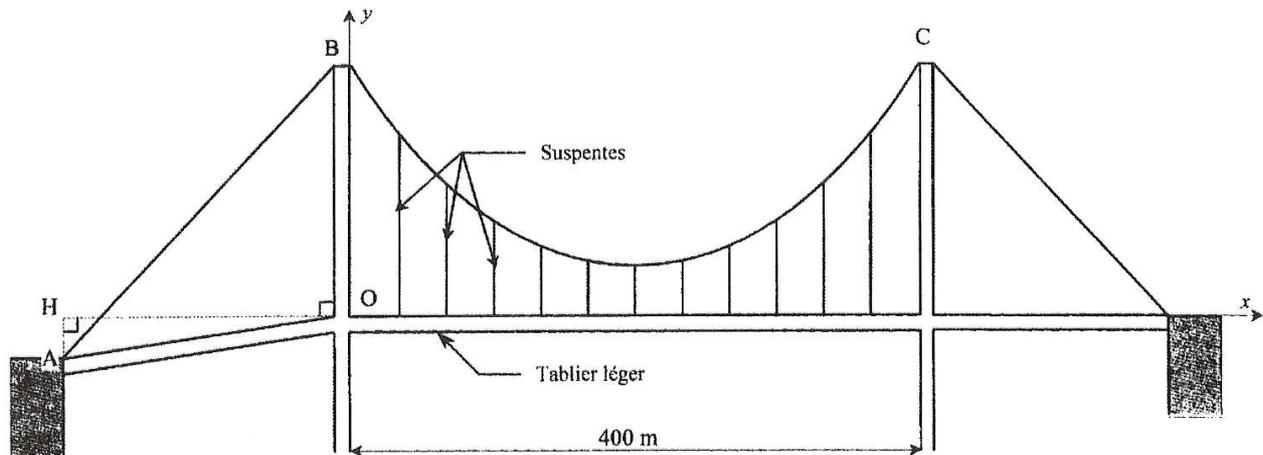


L'objectif de ce sujet est l'étude mathématique des câbles d'un pont suspendu.



On a les données suivantes :

- ⊙ la forme géométrique du câble BC est assimilée à la représentation graphique de la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 400]$ par : $f(x) = 0,0012x^2 - 0,48x + 52$;
- ⊙ on a les longueurs suivantes : $OB = 52$ m , $OA = 50,5$ m et $AH = 7$ m,

et l'angle $\widehat{AOH} = 8^\circ$

- ⊙ on a les coordonnées de $O(0 ; 0)$, $B(0 ; 52)$ et $C(400 ; 52)$

1. Le câble AB

- (a) Quel(s) outil(s) mathématique(s) permettrait(ent) de calculer la longueur AB ?
- (b) Donner les grandes étapes du calcul, sans les effectuer.

2. La hauteur minimum du câble BC

- (a) Quel(s) outil(s) mathématique(s) permettrait(ent) de déterminer avec précision la hauteur minimum du câble BC par rapport au tablier ?
- (b) Donner les grandes étapes du calcul, sans les effectuer.

3. Résoudre les calculs de la question que vous choisirez entre les 1.(b) et 2.(b)

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productive
 (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

Fonction f	Dérivée f'
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

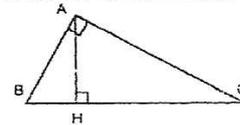
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan B = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapeze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

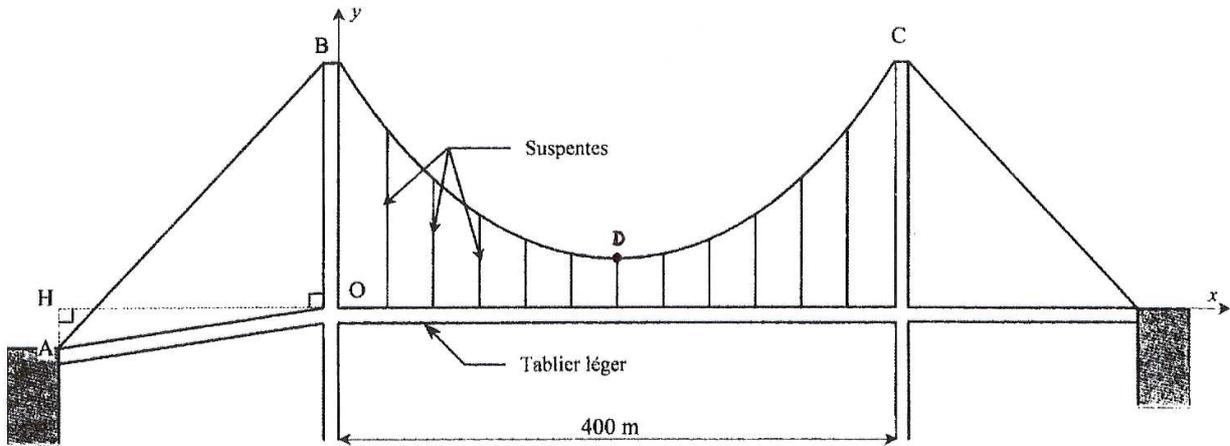
$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$

L'objectif de ce sujet est l'étude mathématique de l'installation d'une sonde sur le câble BC de ce pont suspendu.



On a les données suivantes :

- ⊙ la forme géométrique du câble BC est assimilée à une parabole dont la représentation graphique est donnée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0 ; 400]$ par :

$$f(x) = 0,0012x^2 - 0,48x + 52;$$

- ⊙ on a les longueurs suivantes : $OB = 52$ m , $OA = 50,5$ m et $AH = 7$ m,

et l'angle $\widehat{AOH} = 8^\circ$

- ⊙ on a les coordonnées de $O(0 ; 0)$, $B(0 ; 52)$, $C(400 ; 52)$ et $D(200 ; 4)$

1. Le câble BC

- (a) Quel(s) outil(s) mathématique(s) permettrait(ent) de montrer que le câble BC peut être décrit sur l'intervalle $[0 ; 400]$ par la fonction : $f(x) = 0,0012x^2 - 0,48x + 52$?
- (b) Donner les grandes étapes du calcul, sans les effectuer.

2. Installation des deux sondes

- (a) Quel(s) outil(s) mathématique(s) permettrait(ent) de déterminer avec précision les abscisses possibles des positions d'une sonde située à 45 m d'altitude sur le câble BC ?
- (b) Donner les grandes étapes du calcul, sans les effectuer.

3. Résoudre les calculs de la question que vous choisirez entre les 1.(b) et 2.(b)

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES DU BACCALAUREAT PROFESSIONNEL
Secteur industriel : Artisanat, Bâtiment, Maintenance - Productive
 (Arrêté du 9 mai 1995 - BO spécial n°11 du 15 juin 1995)

<u>Fonction f</u>	<u>Dérivée f'</u>
$f(x)$	$f'(x)$
$ax + b$	a
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$
$u(x) + v(x)$	$u'(x) + v'(x)$
$a u(x)$	$a u'(x)$

Logarithme népérien : ln

$\ln(ab) = \ln a + \ln b$ $\ln(a^n) = n \ln a$
 $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$

Equation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

- Si $\Delta > 0$, deux solutions réelles :

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

- Si $\Delta = 0$, une solution réelle double :

$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$

- Si $\Delta < 0$, aucune solution réelle

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

Suites arithmétiques

Terme de rang 1 : u_1 et raison r

Terme de rang n : $u_n = u_1 + (n-1)r$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = \frac{k(u_1 + u_k)}{2}$

Suites géométriques

Terme de rang 1 : u_1 et raison q

Terme de rang n : $u_n = u_1 q^{n-1}$

Somme des k premiers termes :

$u_1 + u_2 + \dots + u_k = u_1 \frac{1 - q^k}{1 - q}$

Trigonométrie

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$

$= 1 - 2 \sin^2 a$

$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$

Statistiques

Effectif total $N = \sum_{i=1}^p n_i$

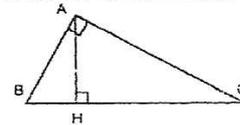
Moyenne $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{N}$

Variance $V = \frac{\sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

Ecart type $\sigma = \sqrt{V}$

Relations métriques dans le triangle rectangle

$AB^2 + AC^2 = BC^2$



$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$; $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$; $\tan B = \frac{AC}{AB}$

Résolution de triangle

$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

R : rayon du cercle circonscrit

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Aires dans le plan

Triangle : $\frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$

Trapeze : $\frac{1}{2} (B + b)h$

Disque : πR^2

Aires et volumes dans l'espace

Cylindre de révolution ou prisme droit d'aire de base B et de hauteur h : Volume Bh

Sphère de rayon R :

Aire : $4\pi R^2$ Volume : $\frac{4}{3} \pi R^3$

Cône de révolution ou pyramide de base B et de hauteur h : Volume $\frac{1}{3} Bh$

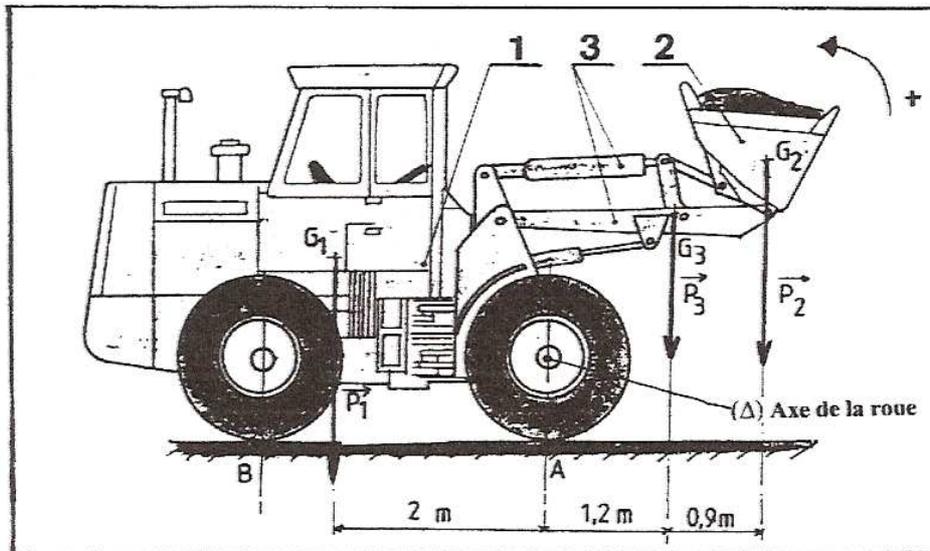
Calcul vectoriel dans le plan - dans l'espace

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy'$ $\vec{v} \cdot \vec{v}' = xx' + yy' + zz'$
 $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

Si $\vec{v} \neq \vec{0}$ et $\vec{v}' \neq \vec{0}$:

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = \|\vec{v}\| \times \|\vec{v}'\| \cos(\vec{v}, \vec{v}')$

$\vec{v} \cdot \vec{v}' = 0$ si et seulement si $\vec{v} \perp \vec{v}'$



Le chargeur proposé se compose d'un châssis sur pneus 1, d'un godet 2 et d'une flèche de levage 3.

\vec{P}_1, \vec{P}_2 et \vec{P}_3 schématisent les poids respectifs du châssis, du godet et de la flèche dont les intensités sont : $P_1 = 12000 \text{ N}$, $P_2 = 6000 \text{ N}$ et $P_3 = 3000 \text{ N}$.

1. condition d'équilibre

- (a) Comment peut-on savoir si le chargeur risque de basculer ?
 - (b) Si oui, existe-t'il une intensité limite de \vec{P}_2 ?
 - (c) Si oui, donner les grandes étapes du calcul, sans les réaliser.
2. **Démarrage** : le chargeur démarre avec un mouvement rectiligne uniformément accéléré: il atteint la vitesse de 36 km/h en 40 s.
- (a) Calculer l'accélération du chargeur.
 - (b) Quel(s) outil(s) permettrait(ent) de déterminer la vitesse atteinte au bout de 30 secondes ? (ne pas effectuer les calculs).
 - (c) Quel(s) outil(s) permettrait(ent) de déterminer le temps pour le chargeur parcourt 100 m ? (ne pas effectuer les calculs).
3. **Freinage d'urgence** : au bout de trente secondes, le chargeur doit effectuer un freinage d'urgence.
- (a) Quel incidence cela aura-t'il sur l'équilibre du chargeur évoqué dans la partie 1.
 - (b) Comment prévoir si le chargeur bascule ou pas?

Données :

⊙ $M \vec{F} / \text{axe} = F \cdot d ;$

⊙ $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a};$

⊙ Équations horaires du mouvement

⊙ $a_0 = \Delta v / \Delta t$

⊙ $a(t) = a_0 ;$

⊙ $v(t) = a_0 \cdot t + v_0 ;$

⊙ $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_0 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + x_0 ;$